Lycée pilote de Gabès Année scolaire:2007/2008 Durée : 1h 30 minutes	Devoir de synthèse N° 1 Discipline :Mathématiques Le 8/12/2007	Professeur : Seif HAFNAOUI Adnen ALAYA Nabil ZRIG Niveau : 1ère année Secondaire

Noter bien : la calculatrice est autorisée.

Exercice : 1 (4 points)

1°) Simplifier : $A=\left(\frac{2^3\times5^{-3}}{4\times25}\right)^2\times\frac{5^{10}}{10^2\times2}$ $\qquad B=\left(\frac{10^2\times3^2}{8\times5^2}\right)^2\times\sqrt{\frac{6}{2^5\times3^9}}$

2°) montrer que X et Y sont des entiers naturels : $X=\left(9+\sqrt5\right)^3+\left(9-\sqrt5\right)^3$ $\qquad Y=\left(\sqrt{\frac{31}{3}}+1\right)^3-\left(\sqrt{\frac{31}{3}}-1\right.$

Exercice : 2 (6 points)

1°) x, y et h sont des réels tels que $x+y=79$ et $h=x-\frac{79}{2}$.

a) Montrer que $y=\frac{79}{2}-h$.

b) Montrer que $x.y=\frac{6241}{4}-h^2$.

c) Déterminer les valeurs possibles de h sachant que $x.y=1218$.

d) En déduire une valeur de x et une valeur de y tels que $x+y=79$ et $x.y=1218$.

2°) a) Montrer que $(x+y)^3-(x^3+y^3)=3xy(x+y)$.

b) Calculer $x.y$ sachant que $x+y=79$ et $x^3+y^3=204373$.

3°) Déduire une valeur de x et une valeur de y tels que $x+y=79$ et $x^3+y^3=204373$.

Exercice : 3 (10 points)

ABC est un triangle non rectangle inscrit dans un cercle $\mathscr{C}$. Le diamètre [AM] coupe le coté [BC] en D. La perpendiculaire à la droite (AB) passant par D coupe (AB) en E et la perpendiculaire à (AC) passant par D coupe (AC) en F.

1°) Faire une figure claire.

2°) a) Comparer les rapports: $\frac{AE}{AB}$ et $\frac{AF}{AC}$.

b) En déduire que (EF) est parallèle à (BC).

3°) On se propose dans cette question de montrer, par une autre méthode, que (EF) est parallèle à (BC)

a) Montrer que E et F appartiennent au cercle $\mathscr{C}'$ de diamètre [AD].

b) Montrer que $\widehat{EFD}=\widehat{EAD}$.

c) Déduire que $\widehat{EFD}=\widehat{BCM}$.

d) Montrer de nouveau que (EF) est parallèle à (BC).

4°) soient I le centre de $\mathscr{C}$ et J le centre de $\mathscr{C}'$. Montrer que (JF) est parallèle à (IC).

Bon travail